Решение квадратных уравнений с помощью свойств коэффициентов

Ткаченко Любовь Васильевна,
учитель математики МБОУ СОШ № 2 имени Л.Н. Плаксина,
муниципальный тьютор ГИА,
эксперт ОГЭ.

<u>Квадратные уравнения</u>

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где a, b, c – числа, $a \neq 0$, x – неизвестное, называется <u>квадратным</u> уравнением.

Способы решения квадратных уравнений

В школьном курсе математики изучается решение полных квадратных уравнений с помощью:

- дискриминанта,
- теоремы обратной теореме Виета,
- выделения полного квадрата двучлена.

Однако, имеются и другие приемы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень **быстро** и **рационально** решать квадратные уравнения.

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

1. Если $a + b + c = 0$ *(т.е. сумма коэффициентов уравнения равна нулю), то* $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

Пример 1. Решите уравнение $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение: $a + в + c = 0$, $1 + 9 + (-10) = 0$.

Значит,

$x_1 = 1$, $x_2 = -10$.

***Ответ:* -10**

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

Пример 2. Решите уравнение $2x^2 - 6x + 4 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите большший из корней.

Решение: ***а + в + с= 0*** , ***2 + (-6) + 4 = 0***. *Значит,*

$x_1 = \mathbf{1}$, $x_2 = \mathbf{4/2=2}$.

***Ответ:* 2**

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

2. Если $\boldsymbol{a + c = в}$ (*т.е. сумма старшего коэффициента и свободного члена уравнения равна второму коэффициенту*), *то* $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

Пример 3. Решите уравнение $11x^2 + 27x + 16 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите большший из корней.

Решение: $a = 11$, $в = 27$, $c = 16$, $\mathbf{11 + 16 = 27}$. *Значит,*

$x_1 = -1$, $x_2 = -16/11$.

Ответ: ***-1***

Решение квадратных уравнений по сумме его коэффициентов

Пример 4. Решите уравнение $-5x^2 - 7x - 2 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение: ***а + с = в*** **-5 + (-2) = -*7*.** *Значит*, $x_1 = \mathbf{-1}$, $x_2 = -(-2/(-5)) = \mathbf{-0{,}4}$.

Ответ: **-0,4**

Решение квадратных уравнений перебросом старшего коэффициента

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

Старший коэффициент a умножаем на c, таким образом «перебрасываем» к свободному члену. Получается следующее уравнение

$y^2 + py + k = 0$, тогда $x_1 = y_1 / a$, $x_2 = y_2 / a$

Решение квадратных уравнений перебросом старшего коэффициента

Пример 5. Решите уравнение $2x^2 - 9x - 5 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите большиий из корней.

Решение: $y^2 - 9y - 10 = 0$ $a + c = b$. *Значит,* $y_1 = -1$, $y_2 = 10$, *тогда* $x_1 = -1/2 = -0,5$, $x_2 = 10/2=5$

Ответ: **5**

Решение квадратных уравнений перебросом старшего коэффициента

Пример 6. Решите уравнение $\mathbf{2x^2 - 11x + 15 = 0}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение: $\mathbf{y^2 - 11y + 30 = 0}$, *По теореме обратной теореме Виета* $y_1 = \mathbf{5}$, $y_2 = 6$, *тогда* $x_1 = \mathbf{5/2 = 2{,}5}$,

$x_2 = \mathbf{6/2 = 3}$

Ответ: **2,5**

Решение квадратных уравнений переброском старшего коэффициента

Данный способ удобен в том случае, когда после переброски корни находятся по теореме Виета, или по сумме коэффициентов (а + в + с =0; а + с = в). Используя свойства коэффициентов, удобно решать квадратные уравнения с большими коэффициентами.

Пример. $\mathbf{2023x^2 + 2024x + 1 = 0}$.

Так как а + с = в (2023 +1 =2024), то

x_1 = ***-1***

x_2 = ***-1/2023***

«Человеку, изучающему алгебру, часто полезно решить одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче, эффективнее. Так вырабатывается опыт».

Уолтер Уорвик Сойер